

MONOTONNOST, EXTRÉMY A PRŮBĚH FUNKCE

O správnosti výpočtů u příkladů, kde nejsou uvedeny výsledky, se lze přesvědčit nakreslením grafu funkce (např. s využitím programu MAPLE).

Příklad 1. Vyšetřete, kdy je funkce rostoucí a klesající a nalezněte extrémy:

$$f(x) = \sqrt[3]{(x^4 - 1)^2},$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 1,$$

$$f(x) = x \ln^2 x,$$

$$f(x) = x^3 \sqrt{(x-1)^2},$$

$$f(x) = x - \frac{1}{x},$$

$$f(x) = \ln(1 + x - 4x^2),$$

$$f(x) = x^x,$$

$$f(x) = |x|$$

Příklad 2. Nalezněte absolutní extrémy funkce na zadaném intervalu:

$$f(x) = x^2 - 2x + 5, \quad x \in \langle -2, 4 \rangle,$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 20, \quad x \in \langle -3, 3 \rangle,$$

$$f(x) = x - 2 \ln x, \quad x \in \langle 1, e \rangle$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 3, \quad x \in \langle -4, 4 \rangle$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 20, \quad x \in \langle -3, 3 \rangle$$

Příklad 3. Vyšetřete kdy je funkce rostoucí, klesající, konvexní, konkávní a určete lokální extrémy a inflexní body:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1,$$

$$f(x) = e^{-x^2},$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1},$$

$$f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2},$$

$$f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}},$$

$$f(x) = x + 2 \operatorname{arccotg} x$$

Příklad 4. Určete asymptoty funkce:

$$f(x) = \frac{3}{2x-1} - \frac{2x-1}{3}, \quad [x = \frac{1}{2}, y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}]$$

$$f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}, \quad [x = -1, y = x - 5]$$

$$f(x) = x - \frac{1}{x}, \quad [x = 0, y = x]$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 4x^2}, \quad [y = x + \frac{4}{3}]$$

$$f(x) = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right), \quad [x = -\frac{1}{e}, y = x + \frac{1}{e}]$$

$$f(x) = x + 2\operatorname{arccotg} x, \quad [y = x, y = x + 2\pi]$$

$$f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}, \quad [y = -x]$$

$$f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}, \quad [y = -x, x = 0]$$

$$f(x) = x + e^{-x}, \quad [y = x]$$

$$f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}, \quad [x = 1, y = 0]$$

$$f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}, \quad [x = -1, y = \frac{1}{2}x - 1]$$

$$f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}, \quad [x = 0, y = x + 1]$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-1} + x, \quad [y = x, x = 1, x = -1]$$

$$f(x) = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad [y = 0]$$

Příklad 5. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}, \quad f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}, \quad f(x) = x + 2\operatorname{arccotg} x$$

$$f(x) = x + e^{-x}, \quad f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}, \quad f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

$$f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}, \quad f(x) = \frac{2x}{x^2-1} + x, \quad f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$$